Prof Dr. R. Kree — Sommersemester 2002
Dr. A. Hartmann — Blatt 9

Übungen zur Thermodynamik und Statistik

Abgabe am Montag, den 1. Juli 2002, 11:00 Uhr (Übungskästen)

Achtung, Achtung:

- Die zweite Klausur findet am Mittwoch den 26. Juni von 15.00 bis 18.00 im ZHG 102 statt. Erlaubte Hilfsmittel: **keine**.
- Wegen der Klausur ist die Abgabe dieses Blattes später (s.o.).
- Der Stoff dieses Blattes ist aber trotzdem **klausurrelevant**.
- Nutzen Sie die Übungsstunden am Mittwoch den 19.6 um Ihren Übungsgruppenleitern noch offene Fragen zu stellen. Gehen Sie dazu nochmal die Übungsblätter 6-9 durch.

Aufgabe 22: Duhamel Formel (12 Punkte)

a. Sei $\hat{A}(\alpha)$ ein vom Skalar α abhängiger Operator. Zeigen Sie — 6 Punkte

$$\frac{\partial}{\partial\alpha} e^{-\beta\hat{A}(\alpha)} \quad = \quad -\int_0^\beta d\tau \, e^{-(\beta-\tau)\hat{A}} \frac{\partial\hat{A}}{\partial\alpha} e^{-\tau\hat{A}}$$

indem Sie zeigen, dass beide Seiten folgende DGL erfüllen (mit Anfangsbedingung $y(\beta = 0) = 0$):

$$\frac{\partial y}{\partial\beta} + \hat{A}y = -\frac{\partial\hat{A}}{\partial\alpha} e^{-\beta\hat{A}}$$

b. Betrachten Sie nun ein System mit Zustandssumme $Z = \mathrm{Sp} e^{-\beta(\hat{H}+\sum_\nu \xi_\nu \hat{X}_\nu)}$ — 6 Punkte
und freier Energie $F = -k_B T \ln Z$. Sei $\langle \ldots \rangle$ die Mittelung bezüglich dieses Ensembles. Zeigen Sie

$$\frac{\partial^2 F}{\partial\xi_\nu \partial\xi_\mu} \quad = \quad \beta\langle\hat{X}_\nu\rangle\langle\hat{X}_\mu\rangle - \int_0^\beta d\tau \, \langle\hat{X}_\mu(\tau)\hat{X}_\nu\rangle$$

wobei $\hat{X}(\tau) \equiv e^{\tau(\hat{H}+\sum_\nu \xi_\nu \hat{X}_\nu)} \hat{X} e^{-\tau(\hat{H}+\sum_\nu \xi_\nu \hat{X}_\nu)}$ ist.

Aufgabe 23: Entropie idealer Quantengase (10 Punkte)
Gegeben sei ein System wechselwirkungsfreier Bosonen/Fermionen mit Einteilchenzuständen $|\alpha\rangle$ mit den Energien ϵ_α. Sei $\hat{n}_\alpha$ der Besetzungszahloperator, $\langle \ldots \rangle$

der Erwartungswert bzgl. des großkanonischen Ensembles und Ω das großkanonische Potential. Verwenden Sie aus der Vorlesung (oberes Vorzeichen: Bosonen, unteres: Fermionen):

$$\begin{aligned} \Omega &= \pm k_B T \sum_\alpha \ln\left(1 \mp e^{-\beta(\epsilon_\alpha - \mu)}\right) \\ \langle \hat{n}_\alpha \rangle &= \frac{1}{(e^{\beta(\epsilon_\alpha - \mu)} \mp 1)} \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass man die Entropie schreiben kann als:

$$S = -k_B \sum_\alpha \left[\langle \hat{n}_\alpha \rangle \ln \langle \hat{n}_\alpha \rangle + (1 \pm \langle \hat{n}_\alpha \rangle) \ln(1 \pm \langle \hat{n}_\alpha \rangle) \right]$$

Hinweis: Bitte achten Sie darauf, dass Ihre Lösungen stets mit Ihrem **Namen** und mit **Name des Leiters und Nummer Ihrer Übungsgruppe** beschriftet und zusammengeheftet sind. Werfen Sie die Lösungen am Montag jeweils bis spätestens 11:00 Uhr in die dafür bestimmten Kästen ein! Die Kästen werden um diese Zeit geleert, und die Lösungen unmittelbar an die Leiter der einzelnen Übungsgruppen weitergegeben. Senden Sie bis zum gleichen Zeitpunkt Ihre erstellten Programme per email an Ihren Betreuer.

Spezialvorlesung/Seminar im WS 2002/03

Statistische Mechanik kombinatorischer Optimierungsprobleme (53199)

A.K. Hartmann und M. Weigt

Zeit/Ort:
Vorlesung: Do 11:15 - 13:15, Neuer Seminarraum
Seminar: nach Vereinbarung

Inhalt:
Kombinatorische Optimierungsprobleme, wie sie z. B. bei der Erstellung von Reiserouten, Stundenplänen oder beim Design von Chips auftreten, benötigen zu ihre numerischen Lösung oft sehr lange Computerlaufzeiten. Die Analyse der Optimierungsaufgaben und die Entwicklung guter Algorithmen gehören daher zu den zentralen Fragen der Komplexitätstheorie der Informatik. In den letzten Jahren sind hierbei Phänomene in den Mittelpunkt des Interesses gerückt, die stark an Phasenübergänge erinnern - und sich daher am besten mit Methoden der statistischen Physik verstehen lassen. Die Vorlesung führt in dieses stark wachsende interdisziplinäre Forschungsgebiet ein. Im Rahmen des zugehörigen Seminars werden Sie mit Hilfe von Originalarbeiten an aktuelle Forschungsergebnisse herangeführt. Die hier erworbenen Kenntnisse können Ihnen sowohl in der eigenen Forschung als auch bei Anwendungen in der Industrie von großem Nutzen sein.

In dem Seminar kann ein Schein erworben werden, wie er in der Diplomprüfungsordnung verlangt wird. Interessierte Studierende können sich bereits, wenn gewünscht, Ende des Sommersemesters um Themen/Literatur kümmern, ein(e) entsprechende(r) WWW Seite/Aushang wird Ende des Semesters erstellt. Man kann auch jetzt schon per email (`hartmann@theorie.physik.uni-goettingen.de`) Interesse bekunden.