Prof. Dr. G. Hegerfeldt | Sommersemester 2001
Dr. M. Weigt | Blatt 9

Übungen zur Elektrodynamik

Abgabe Mittwoch, den 4. Juli 2001, 12:00 Uhr (Übungskästen)

Aufgabe 25: (Wellengleichung für elektrische Leiter) Gegeben sei ein homogenes, elektrisch leitfähiges Medium (ε, μ) mit $\rho(\vec{x}, t) = 0$ und $\vec{\jmath}\,(\vec{x}, t) = \sigma \vec{E}(\vec{x}, t)$ (σ Leitfähigkeit). *6 Punkte*

a) Zeigen Sie unter Benutzung der Maxwell-Gleichungen in Medien (und in Analogie zur Herleitung der freien Wellengleichungen), dass $\vec{E}$ die sogenannte Telegrafengleichung

$$\left(\Delta - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\right)\vec{E}(\vec{x}, t) = 0$$

erfüllt.

b) Lösen Sie diese Gleichung mit dem Ansatz

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E}_0 e^{i(kx_1 - \omega t)} \ .$$

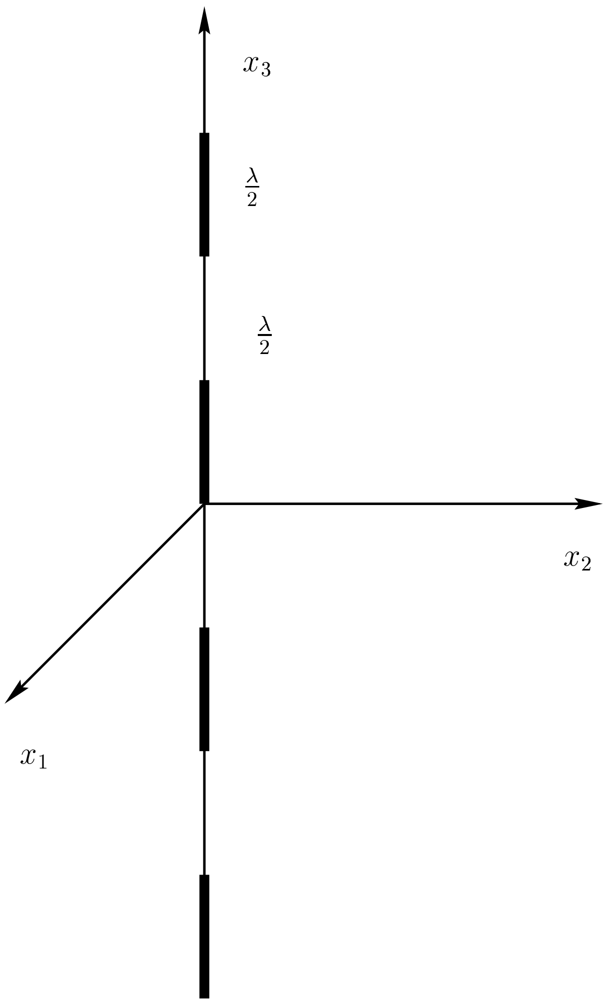
Wie hängt k von ω (ω reell) ab? Interpretieren Sie die physikalische Bedeutung des Real- und des Imaginärteils von k.

Aufgabe 26: (Stehende Welle) Zwei unendlich ausgedehnte, unendlich gut leitende Platten (parallel zur $y-z$-Ebene) befinden sich im Abstand d voneinander. Welche Lösungen für das E-Feld mit k-Vektor in x-Richtung und fester Frequenz gibt es? *6 Punkte*

Hinweis: Welche Randbedingungen muss das E-Feld erfuellen?

Aufgabe 27: Ein Antennenaufbau in Form einer sogenannten Dipolzeile, siehe Skizze, besteht aus n mittelgespeisten linearen Antennen der Länge $l = \lambda/2$ (λ Wellenlänge der Strahlung), die im Abstand $d = \lambda/2$ vertikal übereinandergeordnet sind. Alle Antennenrichtungen fallen mit der Vertikalen zusammen. Die Stromverteilung ist dieselbe wie im entsprechenden Beispiel der Vorlesung. Alle Antennen werden in Phase betrieben. Man gebe die abgestrahlte Energie pro Raumwinkel an, diskutiere sie und zeichne ein Polardiagramm bzgl. θ. *6 Punkte*

Zusatzaufgabe: Zeigen Sie, dass eine rotationssymmetrische, auf eine Kugel vom Radius R beschränkte Ladungs- und Stromverteilung nicht strahlt, d.h. keine Energie nach ∞ abstrahlt. Zeigen Sie dazu zuerst, dass die Stromdichte wegen ihrer Rotationssymmetrie ($\vec{\jmath}\,(\mathbf{R}\cdot\vec{x}, t) = \mathbf{R}\cdot\vec{\jmath}\,(\vec{x}, t)$ für beliebige Rotationen $\mathbf{R}$ um den Koordinatenursprung) die Form $\vec{\jmath}\,(\vec{x}, t) = j(|\vec{x}|, t)\hat{x}$ besitzt. Nutzen Sie das in den retardierten Potentialen für das Fernfeld aus. *4 Punkte*


x_3
$\frac{\lambda}{2}$
$\frac{\lambda}{2}$
x_2
x_1