Prof. Dr. G. Hegerfeldt
Dr. M. Weigt

Sommersemester 2001
Zusatzblatt 10

Übungen zur Elektrodynamik

Abgabe Mittwoch, den 11.7.2001, 12:00 Uhr (Übungskästen)

WICHTIG: Die Bearbeitung dieses Blattes ist freiwillig und für diejenigen gedacht, die noch unter 50% der Punkte der Übungsblätter liegen. Die Aufgaben gehen nicht in den Wettbewerb um die höchste Punktzahl ein.

Die **2. Klausur** findet am Freitag, den 13. Juni 2001, von 14-17 Uhr im großen Hörsaal im Windausweg statt.

Aufgabe 28: (Green-Funktion) *6 Punkte*

a) Sei $G(\vec{x},t) := \frac{1}{4\pi r}\delta(t-\frac{r}{c})$, $r=|\vec{x}|$. Zeigen Sie durch direktes Nachrechnen (wie in der Vorlesung bei der retardierten und avancierten Lösung)

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\Delta\right)G(\vec{x},t)=\delta^{(3)}(\vec{x})\delta(t)\ .$$

b) Sei $f(\vec{x},t)$ eine beliebige Funktion. Zeigen Sie mit (a), dass

$$\psi(\vec{x},t)=\int d^3x'\ dt' G(\vec{x}-\vec{x}',t-t')f(\vec{x}',t')$$

die Wellengleichung

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\Delta\right)\psi(\vec{x},t)=f(\vec{x},t)$$

erfüllt.

Aufgabe 29: (Erzeugung ebener Wellen) *6 Punkte*

Gesucht sind die elektromagnetischen Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$, die im Vakuum entstehen, wenn in der x_2-x_3-Ebene ein räumlich homogener, zeitlich oszillierender Strom in x_3-Richtung fließt,

$$\vec{\jmath}\,(\vec{x},t)=J_0\exp(-i\omega t)\delta(x_1)\vec{e}_3\ .$$

Es gelte $\rho(\vec{x},t)=0$.

a) Berechnen Sie zunächst das retardierte Vektorpotential für einen Punkt $\vec{x}=(x_1,0,0)$ auf der x_1-Achse, $x_1\neq 0$. Zur Regularisierung der auftretenden Integrale ersetzen Sie ω durch $\omega+i\varepsilon$ mit $\varepsilon>0$, und berechnen den Limes $\varepsilon\to 0$ des entstehenden Vektorpotentials. Anschaulich entspricht das einem (unendlich) langsamen Einschalten des Stroms.

b) Verallgemeinern Sie den Ausdruck des Vektorpotentials mit Hilfe von Symmetrieüberlegungen auf beliebige Orte $\vec{x}$ außerhalb der x_2-x_3-Ebene.

c) Leiten Sie die elektromagnetischen Felder aus $\vec{A}$ ab.